



К.Ю. Тархов

## Практические аспекты преподавания дисциплины «Прикладная математика»

К.Ю. Тархов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Московский государственный университет технологий и управления имени К.Г. Разумовского (Первый казачий университет), Москва, Россия

Поступила в редакцию 30.01.2018

### Аннотация

В работе рассматривается и обсуждается форма, содержание и структура дисциплины «Прикладная математика» как одного из основных разделов в математической подготовке специалистов различного профиля для инженерной деятельности. Также приводятся основные рубежные контрольные мероприятия (с указанием наименования, количества, структуры, количественной оценки), проводимые при изучении данного курса.

**Ключевые слова:** ряды Фурье, операционное исчисление, теплопроводность, диффузия, математическое моделирование, краевая задача.

**Key words:** fourier series, diffusion, heat conduction, mathematical simulation, boundary-value problem.

«Математика – царица наук». Эта фраза принадлежит Карлу Фридриху Гауссу – известному немецкому ученому и исследователю, который по праву считается одним из величайших математиков. Математика играет определяющую роль как в обычной повседневной жизни, так и в профессиональной деятельности. Поэтому в настоящее время чрезвычайную актуальность приобретают вопросы, связанные с математической подготовкой в высшей школе обучающихся по различным специальностям и направлениям подготовки.

Блок основных математических дисциплин в большинстве высших учебных заведений (институтах и университетах), где можно получить высшее инженерное образование (например, химические, технические и химико-технологические вузы) представлен, как правило, следующими дисциплинами: математический анализ, линейная алгебра и теория вероятностей и математическая статистика. Каждый

из этих курсов в свою очередь включает различные разделы и темы для изучения. Количество часов лекционных и практических занятий, отводимых на изучение того или иного раздела или темы (а также всей дисциплины в целом), определяется учебным планом и рабочей программой. Также следует отметить существование множества различных курсов, которые входят в состав дисциплины под общим названием «Дополнительные главы высшей математики», которая в свою очередь может включать изучение тех или иных разделов высшей математики, необходимых для подготовки специалистов определенного профиля и направления.

Среди этих курсов рассмотрим дисциплину «Прикладная математика», преподаваемую на 2 курсе в 4 семестре для студентов бакалавриата одного из московских вузов в течение многих лет по следующим направлениям подготовки:

- «Химическая технология» (профили «Химическая технология неоргани-

ческих веществ», «Технология и переработка полимеров», «Химическая технология органических веществ).

- «Биотехнология».
- «Химия» (профили «Аналитическая химия», «Неорганическая химия», «Медицинская и фармацевтическая химия»).
- «Техносферная безопасность» (профиль «Инженерная защита окружающей среды»).

Прежде всего необходимо остановиться на отличительных особенностях изучения данной дисциплины при организации графика учебного процесса по семестровой и триместровой системе (характерные черты обеих систем приведены в работе [1]). Количество лекционных занятий сократилось в 1.5-2 раза (в триместровой системе их было 15-16, в семестровой системе стало 8-9), число практических (семинарских) занятий осталось на том же уровне (7-8 занятий). Таким образом, при одном и том же объеме материала лектор вынужден останавливаться только на самых основных моментах той или иной темы. Также отметим, что в триместровой системе практические занятия носили больше консультационный харак-

тер, так как рубежные контрольные мероприятия (РКМ) проводились на лекциях. В обеих системах большая роль отводится самостоятельной работе студентов (СРС).

Курс «Прикладная математика» включает в себя три крупных раздела:

- 1) Ряды Фурье.
- 2) Операционное исчисление.
- 3) Математическое моделирование

физико-химических процессов (одномерных нестационарных процессов теплопроводности или диффузии).

В табл. 1 представлено основное содержание перечисленных выше разделов.

Изучение данных разделов идет последовательно по схеме:

ряды Фурье → операционное исчисление → математическое моделирование физико-химических процессов, в результате чего достигается изложение материала в соответствии с определенной логикой.

В табл. 2 представлены основные рубежные контрольные мероприятия (РКМ), предусмотренные для проведения в курсе «Прикладная математика», и их количественная оценка в баллах.

Из табл. 2 видно, что РКМ охватывают все тематические разделы курса, при этом общая сумма баллов, которую

Таблица 1. Основное содержание дисциплины «Прикладная математика»

Раздел	Ряды Фурье	Операционное исчисление	Математическое моделирование физико-химических процессов
Содержание	Ортогональная система функций. Норма функции. Тригонометрические ряды Фурье: на отрезке, для четных и нечетных функций. Разложение по синусам и косинусам.	Преобразование Лапласа и его свойства. Оригинал и изображение функции. Теоремы смещения, запаздывания, подобия, о свертке. Теорема Вашенко-Захарченко. Теорема Эфроса-Данилевского. Таблица изображений основных функций. Решение дифференциальных уравнений с помощью операционного исчисления.	Процессы теплопроводности диффузии. Основные понятия и положения теории теплопереноса. Скалярное поле. Градиент функции. Поверхность уровня. Закон Фурье. Закон Нернста. Вывод уравнения теплопроводности для различных условий. Начальные и граничные условия. Краевая задача. Метод интегральных преобразований. Задача Штурма-Лиувилля.

Таблица 2. Основные виды учебной работы и баллы за них

№	Вид РКМ	Название тематического раздела	Баллы
1	Контрольная работа	Ряды Фурье	10
2	Контрольная работа	Операционное исчисление	10
3	Типовой расчет	Математическое моделирование физико-химических процессов	20/15/10
4	Защита типового расчета		10/15/20

может получить студент, равна 50. Блок, связанный с выполнением и защитой типового расчета по математическому моделированию физико-химических процессов, может быть оценен баллами в различном соотношении.

Контрольные работы по теме «Ряды Фурье» и «Операционное исчисление» могут проводиться как на лекционном, так и на практическом занятии. Время их выполнения совпадает с продолжительностью соответствующей формы организации учебного процесса (лекции, семинара). В то же самое время данные виды РКМ

могут иметь и другой формат: домашняя контрольная работа (ΔКР), расчетная работа (РР), индивидуальное домашнее задание (ИДЗ). Следует отметить, что в данной работе в качестве примеров приводятся задания, используемые на практике в течение многих лет.

Контрольная работа по теме «Ряды Фурье» включает в себя два задания. Первое задание связано с разложением функций, заданных разными способами (числовым, аналитическим), в тригонометрический ряд Фурье на отрезке  $[-l; +l]$ . Для этого применяются следующие формулы:

$$f(x) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{l} + b_n \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (1)$$

$$a_0 = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) dx; \quad a_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx; \quad b_n = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx$$

Для отрезка  $[-\pi, +\pi]$  формулы (1) примут следующий вид:

$$f(x) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos nx + b_n \sin nx \quad (2)$$

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx; \quad a_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos nx dx; \quad b_n = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin nx dx$$

Во втором задании необходимо различные числовые и аналитические функции, заданные на отрезке  $[0; l]$ , разложить в ряд Фурье по синусам (формулы 3) или косинусам (формулы 4).

$$f(x) \approx \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin \frac{n\pi x}{l} \quad (3)$$

$$a_0 = 0; \quad a_n = 0; \quad b_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx$$

$$f(x) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos \frac{n\pi x}{l} \quad (4)$$

$$a_0 = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) dx; \quad a_n = \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \cos \frac{n\pi x}{l} dx; \quad b_n = 0$$

В табл. 3 представлены примеры заданий № 1 и № 2 из вариантов контрольной работы «Ряды Фурье».

Контрольная работа по теме «Операционное исчисление» включает в себя три задания, каждое из которых содержит еще по два пункта. В первом задании необходимо по оригиналу функции найти ее изображение. Второе задание посвящено обратной задаче – по изображению найти оригинал функции. В третьем задании необходимо решить обыкновенные дифференциальные уравнения первого и второго порядка с заданными начальными условиями операторным методом. В табл. 4 приведены примеры вышеперечисленных заданий.

Типовой расчет по теме «Математическое моделирование физико-химических процессов» включает 49 исходных вариантов для выполнения расчетно-графической работы (РГР) по решению задач для процессов одномерной нестационарной теплопроводности или диффузии в телах из различных материалов (например, графит, полипропилен) определенной геометрической формы (бесконечная пластина, тонкий однородный стержень). Все варианты различаются типами краевой задачи, которая в свою очередь определяется граничными условиями. Приведем пример одного из таких вариантов: в полибутидиновой бесконечной пластине толщиной  $l$ ,

Таблица 3. Примеры заданий контрольной работы по теме «Ряды Фурье»

№	Примеры задания № 1	Примеры задания № 2
1	$f_1(x) = \begin{cases} 1, & x \in (-3, -2) \\ 0, & x \in (-2, 1) \\ 2, & x \in (1, 3) \end{cases}$	$f_2(x) = \begin{cases} -3, & x \in (0, 1) \\ 1, & x \in (1, 3) \end{cases}$
2	$f_1(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-1, 0) \\ x^2 + 1, & x \in (0, 1) \end{cases}$	$f_2(x) = \begin{cases} 3x, & x \in (0, 3) \\ 0, & x \in (3, 4) \end{cases}$
3	$f_1(x) = \begin{cases} 0, & x \in (-\pi, -\frac{\pi}{2}) \\ 1, & x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \\ -1, & x \in (\frac{\pi}{2}, \pi) \end{cases}$	$f_2(x) = \begin{cases} 0, & x \in (0, \frac{3\pi}{4}) \\ 2, & x \in (\frac{3\pi}{4}, \pi) \end{cases}$

Таблица 4. Примеры заданий контрольной работы по теме «Операционное исчисление»

№	Примеры задания № 1	Примеры задания № 2	Примеры задания № 3
1	$f(t) = 3^t t^3$	$\bar{f}(p) = \frac{4-5p}{p^2-6p+13}$	$\begin{cases} y'-3y = e^t \cos t, \\ y(0) = 0.6 \end{cases}$
2	$f(t) = 5e^{2t} \cos 3t \sin 3t$	$\bar{f}(p) = \frac{2+p}{p^2-4p+3}$	$\begin{cases} y''+4y' = 4, \\ y(0) = 2, \\ y'(0) = 0 \end{cases}$



левая грань  $x=0$  которой полностью поглощает падающее на нее вещество, а правая  $x=l$  непроницаема, диффундирует сера. Найти распределение концентрации серы в пластине в любой момент времени  $t>0$ , если в начальный момент  $t=0$  она была распределена по закону  $\Phi_0(x) = C_0 \cos \frac{\pi x}{2l}$ . Построить графики распределения безразмерной концентрации  $\frac{C}{C_0}$  серы по толщине пластины с шагом  $h_x=0.1$  см ( $I_x=6$  – число точек по  $x$ ) для трех значений времени с шагом  $h_t=10$  ч, приняв  $D = 12.7 \cdot 10^{-7} \frac{\text{см}^2}{\text{с}}$ ,  $l=0.5$  см [2, 3].

Защита типового расчета заключается в решении в общем виде своего или другого варианта (например, без указания начального условия) и может сопровождаться дополнительными теоретическими вопросами по теории теплопроводности (диффузии), математическому моделированию и решению краевых задач.

Рубежные контрольные мероприятия в курсе «Прикладная математика» в высшей школе могут входить в состав фонда оценочных средств (ФОС) для текущего контроля. Выставляемые за выполнение этих

РКМ баллы являются основой для формирования рейтинга студента и оценкой результативности освоения обучающимися той или иной темы.

В ходе изучения дисциплины «Прикладная математика» формируются как общепрофессиональные компетенции (ОПК, например, ОПК-1: способность и готовность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности), так и профессиональные компетенции (ПК, например, ПК-2: готовность применять аналитические и численные методы решения поставленных задач) [4].

Таким образом, дисциплина «Прикладная математика» является важной и необходимой в процессе фундаментальной инженерной подготовки, так как в результате ее освоения, обучающиеся приобретают не только хорошую базу теоретических знаний, но и навыки и умения, позволяющие строить, исследовать и анализировать математические модели различных физико-химических процессов с использованием современных методов математического и компьютерного моделирования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Тархов, К.Ю. Некоторые аспекты изучения курса «Общая и неорганическая химия» при различных формах организации учебного процесса в высших учебных заведениях // Современное образование: актуальные вопросы, достижения и инновации: сб. ст. XIII Междунар. науч.-практ. конф., Пенза, 25 янв. 2018 г. – Пенза: Наука и Просвещение, 2018. – С. 198–200.
2. Карташов, Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел / Э.М. Карташов. – М.: Высш. шк., 2001. – 550 с.
3. Карташов, Э.М. Типовой расчет задач теплопроводности и диффузии по курсу «Прикладная математика» (модельные представления физико-химических процессов): учеб.-метод. пособие / Э.М. Карташов, В.В. Шевелев, Л.М. Ожерелкова. – М.: МИТХТ, 2000. – 53 с.
4. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 18.03.01 Химическая технология (уровень бакалавриата) [Электронный ресурс]: приказ Мин-ва образования и науки Рос. Федерации от 11 авг. 2016 г. № 1005 // ГАРАНТ.ru : информ.-правовой портал. – М.: Гарант-Сервис, 2016. – URL: <http://base.garant.ru/71477446>, свободный. – Загл. с экрана (дата обращения: 25.01.2018).

## Сравнительный анализ различных методов оценивания результатов обучения

Е.А. Ерохина<sup>1</sup>, Д.В. Хрусова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», Москва, Россия

Поступила в редакцию 06.02.2018

#### Аннотация

В статье описан метод вычисления итоговых оценок при изучении курса «Алгоритмизация вычислений» в МИЭМ им. А.Н. Тихонова НИУ ВШЭ. Формула учитывает различные виды контроля усвоения материала. Анализируется вопрос соотношения оценок за различные виды работ в накопленной оценке.

**Ключевые слова:** оценивание результатов обучения, накопленная оценка, итоговая оценка, весовой коэффициент.

**Key words:** evaluation of learning outcomes, the cumulative rating, final grade, weighting factor.

Обучение алгоритмизации и программированию является неотъемлемой частью учебного процесса для студентов технических специальностей. В Московском институте электроники и математики им. А.Н. Тихонова Национального исследовательского университета «Высшая школа экономики» в департаменте компьютерной инженерии в течение ряда лет соответствующий курс был как частью предмета Программирование, так и выделялся в учебном плане в отдельный курс Алгоритмизация вычислений. В данной статье мы рассмотрим методы для оценки успеваемости студентов. В 2017-18 учебном году курс Алгоритмизация вычислений читался в формате blended, который предполагает изучение теоретической части учебного материала с использованием дистанционного обучения. Обсудим особенности оценки успеваемости студентов при традиционной структуре курса и при использовании формата blended.

Предмет традиционно читается в 1 и 2 модуле для студентов 1 курса бакалавриата. На протяжении ряда лет мы наблюдаем

все большую разницу в уровне подготовки студентов 1 курса по школьному предмету Основы информатики и ВТ. Можно сказать, что самые сильные студенты с каждым годом владеют этим предметом все лучше и лучше. Однако до трети учащихся демонстрируют очень слабую подготовку, либо полное отсутствие таковой. Здесь мы зачастую встречаемся с тем, что студенты либо не изучали некоторые важные разделы, например, не владеют основами алгоритмизации, либо не обладают навыками решения простых типовых задач. При поступлении учитываются результаты ЕГЭ по математике, физике и русскому языку. Поэтому мы не можем при зачислении отобрать абитуриентов с уровнем усвоения ОИВТ, позволяющим не начинать с повтора, либо изучения «с нуля» некоторых разделов курса.

Важно организовать учебный процесс и оценить результаты так, чтобы итоговая оценка наилучшим образом учитывала как полноту, так и уровень усвоения материала. При этом критерии оценивания результатов обучения должны быть по-



Е.А. Ерохина



Д.В. Хрусова